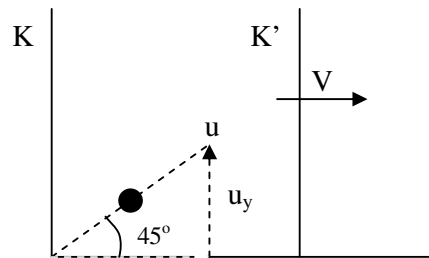


(5-8 p. 184 FRENCH) Considerem dos sistemes de referència inercials,  $K$  i  $K'$ , relacionats de la manera usual.

- En  $t = 0$  un fotó ix de  $K$  i marxa en una direcció que forma un angle de  $45^\circ$  amb l'eix de les  $X$ . Quin angle forma la trajectòria d'aquest amb l'eix de les  $X'$  en  $K'$ ?
- Repetiu l'apartat anterior per al cas d'un cos de massa  $m$  que es mou en  $K$  amb una velocitat  $u$ .
- Una vareta que roman en repòs en  $K$  forma un angle de  $45^\circ$  amb l'eix de les  $X$ . Quin angle forma amb l'eix de les  $X'$ ?

Solució



- (a) En derivar les transformades de Lorentz-Einstein

$$\begin{aligned} Y' &= Y \\ X' &= \gamma(X - Vt) \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{VX}{c^2}\right) \end{aligned}$$

respecte del temps, s'obtenen les transformades de les components de la velocitat,

$$u'_x = \left[ \frac{u_x - V}{1 - \frac{Vu_x}{c^2}} \right]$$

$$u'_y = \frac{1}{\gamma} \left[ \frac{u_y}{1 - \frac{Vu_x}{c^2}} \right]$$

A on  $u_x = u \cos 45^\circ = u \frac{\sqrt{2}}{2}$  i  $u_y = u \sin 45^\circ = u \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Si tenim en compte els

resultats anteriors i que  $\operatorname{tg} \theta' = \frac{u'_y}{u'_x}$ , es troba que l'angle,  $\theta'$ , que forma el cos respecte de l'eix  $X'$  és,

$$\theta' = \arctan \left[ \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\sqrt{2}V}{u}} \right]$$

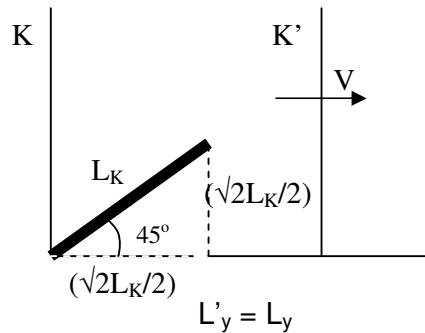
Si en particular l'objecte és la llum, aleshores  $u = c$ , i l'expressió anterior s'escriu en la forma

$$\theta' = \arctan \left[ \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \sqrt{2}\beta} \right] \text{ on } \beta = \frac{V}{c}$$

(b) Per al cas de la partícula de massa  $m$  i velocitat  $u$ , el resultat serà, és clar,

$$\theta' = \arctan \left[ \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{\sqrt{2}V}{u}} \right]$$

(c) En el cas de la vareta tindrem el següent:



$$L'_x = \frac{1}{\gamma} L_x$$

En dividir una equació de les anteriors per l'altra, tenint en compte que  $\tan 45^\circ = 1$  i  $L'_y = L'_y \sin \theta'$  i  $L'_x = L'_y \cos \theta'$ , s'arriba a  $\tan \theta' = \gamma$ , és a dir, l'angle que forma la vareta amb l'eix X' és,

$$\theta' = \arctan \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]$$

on  $\beta = \frac{V}{c}$ .